

Quaternionäre und oktonionäre Zeichenzahlen

1. Das zentrale Ergebnis aus unseren vorgängigen Studien (vgl. Toth 2014a-c) besteht darin, daß komplexe Zeichenzahlen durch die beiden Paare

$$\langle a.b_i \rangle = [a, [b]] \text{ mit } \langle a.b_i \rangle^{-1} = [[b], a]$$

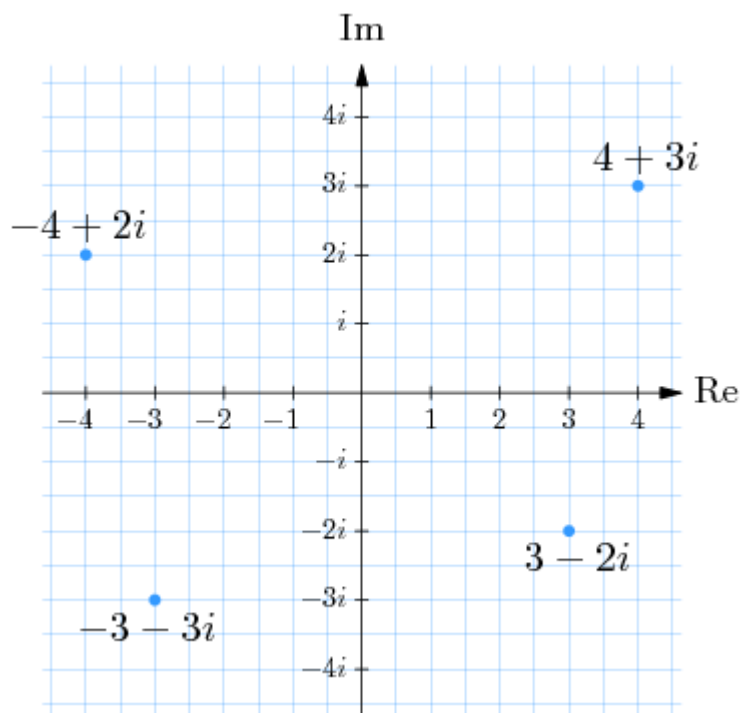
$$\langle a_i.b \rangle = [[a], b] \text{ mit } \langle a_i.b \rangle^{-1} = [b, [a]]$$

ausgedrückt werden können, die in folgender Weise den komplexen Zahlen und ihrer Konjugierten entsprechen

$$z = a + bi \quad -z = -a + bi$$

$$\bar{z} = a - bi \quad -\bar{z} = -a - bi$$

deren geometrisches Verhältnis am einfachsten durch das folgende gaußsche Zahlenfeld aus wikimath.se darstellbar ist.



2. Entsprechend der Definition der Hamiltonschen Quaternionen

$$h = x_0 + x_1 i + x_2 j + x_3 k$$

können wir das folgende semiotische Quadrupel sowie ihre konversen Relationen zur Definition benutzen

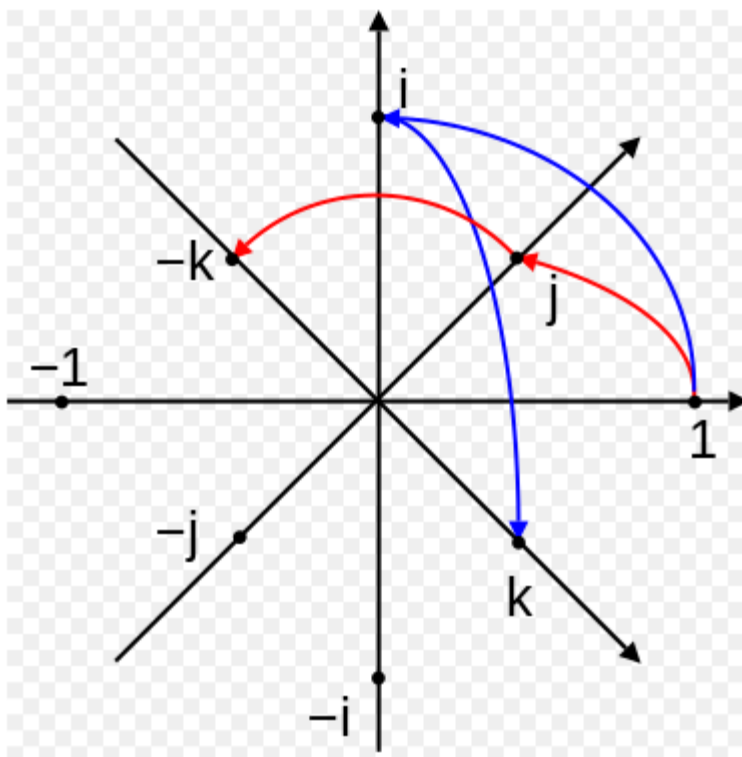
$$[a, [b, [c, [d]]]] \quad [a, [b, [c, [d]]]]^{-1} = [[[[d], [c, [b, [a]]]]]$$

$$[b, [a, [c, [d]]]] \quad [b, [a, [c, [d]]]]^{-1} = [[[[d], [c, [a, [b]]]]]$$

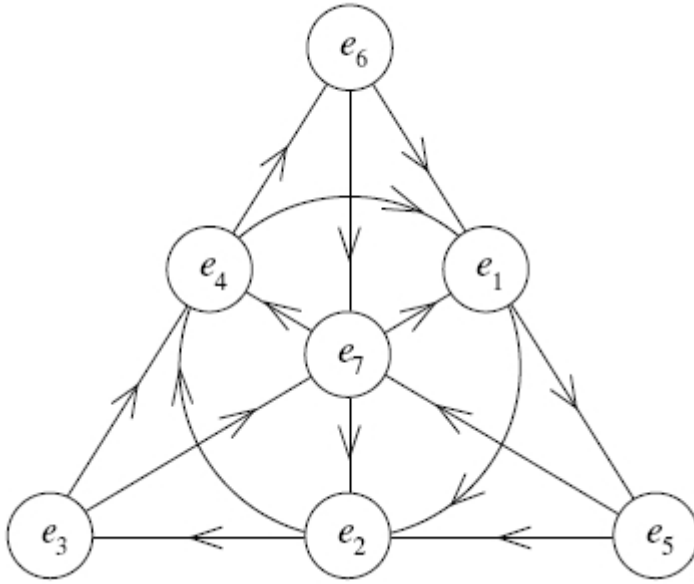
$$[c, [a, [b, [d]]]] \quad [c, [a, [b, [d]]]]^{-1} = [[[[d], [b, [a, [c]]]]]$$

$$[d, [a, [b, [c]]]] \quad [d, [a, [b, [c]]]]^{-1} = [[[[c], [b, [a, [d]]]]]$$

Quaternionäre Zeichenzahlen und ihre Konjugierten liegen somit paarweise auf den jeweils gleichen Achsen des folgenden, Wikipedia entnommenen, Koordinatensystems.



3. Zur Konstruktion der Cayleyschen Oktonionen (vgl. Ebbinghaus 1992, S. 205 ff.), die als Paare von Quaternionen definierbar sind und zu deren Darstellung man die Fano-Ebene verwenden kann (vgl. Baez 2002)



können wir somit das folgende semiotische Octupel sowie ihre konversen Relationen benutzen.

$[a, [b, [c, [d, [e, [f, [g, [h]]]]]]]$		$[[[[[[[h], [g, [f, [e, [d, [c, [b, [a]]]]]]]]]]]$
$[b, [a, [c, [d, [e, [f, [g, [h]]]]]]]$		$[[[[[[[h], [g, [f, [e, [d, [c, [a, [b]]]]]]]]]]]$
$[c, [b, [a, [d, [e, [f, [g, [h]]]]]]]$		$[[[[[[[h], [g, [f, [e, [d, [a, [b, [c]]]]]]]]]]]$
$[d, [b, [c, [a, [e, [f, [g, [h]]]]]]]$		$[[[[[[[h], [g, [f, [e, [a, [c, [b, [d]]]]]]]]]]]$
$[e, [b, [c, [d, [a, [f, [g, [h]]]]]]]$		$[[[[[[[h], [g, [f, [a, [d, [c, [b, [e]]]]]]]]]]]$
$[f, [b, [c, [d, [e, [a, [g, [h]]]]]]]$		$[[[[[[[h], [g, [a, [e, [d, [c, [b, [f]]]]]]]]]]]$
$[g, [b, [c, [d, [e, [f, [a, [h]]]]]]]$		$[[[[[[[h], [a, [f, [e, [d, [c, [b, [g]]]]]]]]]]]$
$[h, [b, [c, [d, [e, [f, [g, [a]]]]]]]$		$[[[[[[[a], [g, [f, [e, [d, [c, [b, [h]]]]]]]]]]]$

Literatur

Baez, John C., The Octonions. In: Bulletin of the American Mathematical Society 39, 2002, S. 145-205

Ebbinghaus, Heinz-Dieter et al., Zahlen. 3. Aufl. Berlin 1992

Toth, Alfred, Zeichenzahlen als imaginäre Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014a

Toth, Alfred, Dyadenpaare als bikomplexe Zeichenzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014b

Toth, Alfred, Kann es konjugierte Zeichenzahlen geben? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014c

16.12.2014